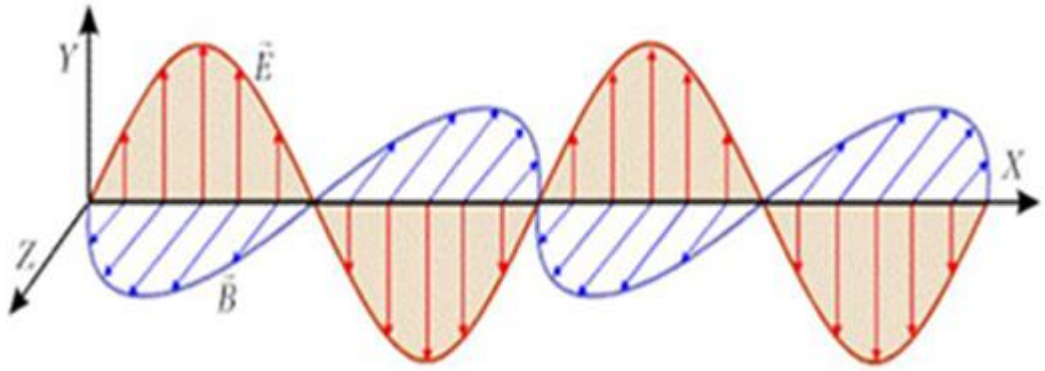
Wykład III
Oddziaływanie światła z materią

Prędkość fazowa fali em.



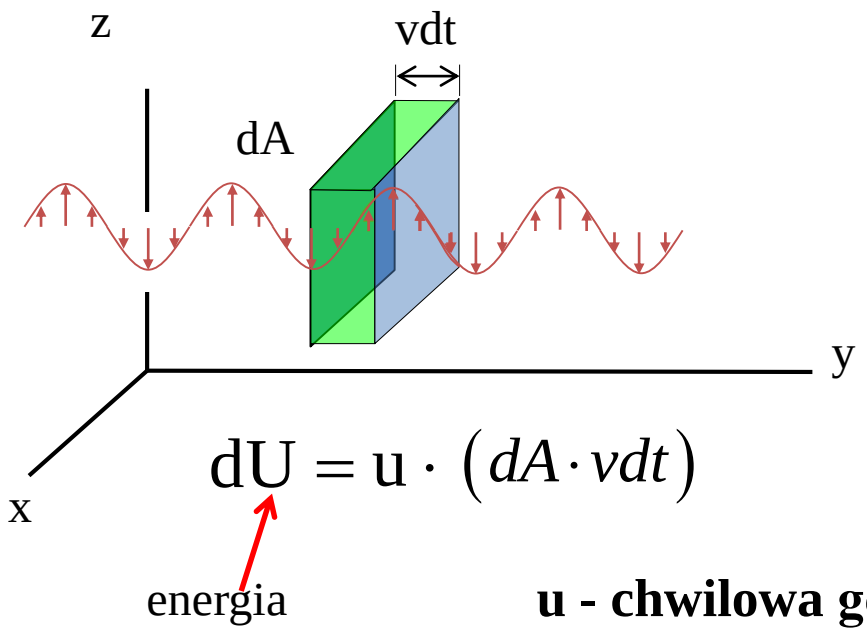
W próżni $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$

W ośrodku $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$

W ośrodku

$$\frac{E(x,t)}{B(x,t)} = \frac{E_m}{B_m} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}} = \boxed{\frac{c}{n} = v}$$

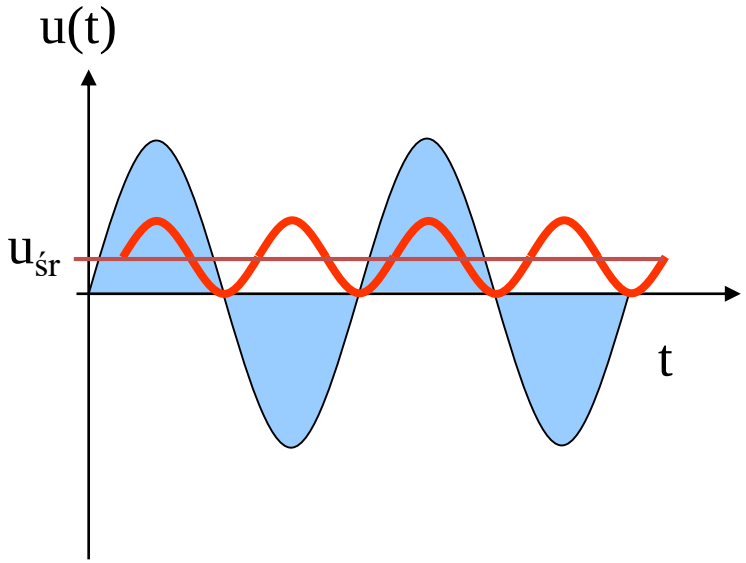
Wektor Poyntinga



Szybkość przepływu energii przez jednostkę powierzchni jest opisywana przez wektor Poyntinga:

$$\vec{S} = \frac{dU}{dtdA}\vec{j} = u \cdot \vec{v} = \frac{1}{\mu\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

u - chwilowa gęstość energii pola elektromagnetycznego



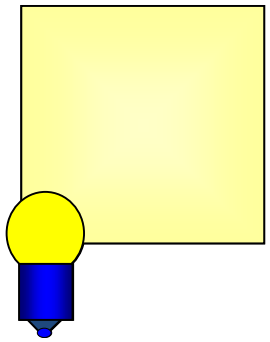
Średnia gęstość energii po czasie równym okresowi fali:

$$u_{sr} = \frac{1}{2\mu\mu_0}E_m^2 = \frac{1}{2\mu\mu_0}B_m^2$$

Natężenie fali elektromagnetycznej

Natężenie fali *I* jest to średnia szybkość z jaką fala elektromagnetyczna przenosi energię przez powierzchnię prostopadłą do kierunku propagacji fali, dzielona przez powierzchnię, zatem jest to wartość średnia wektor Poyntinga po czasie równym okresowi fali:

$$I = \left(\frac{1}{dA} \cdot \frac{dU}{dt} \right)_{śr} = S_{śr} = v \cdot u_{sr}$$



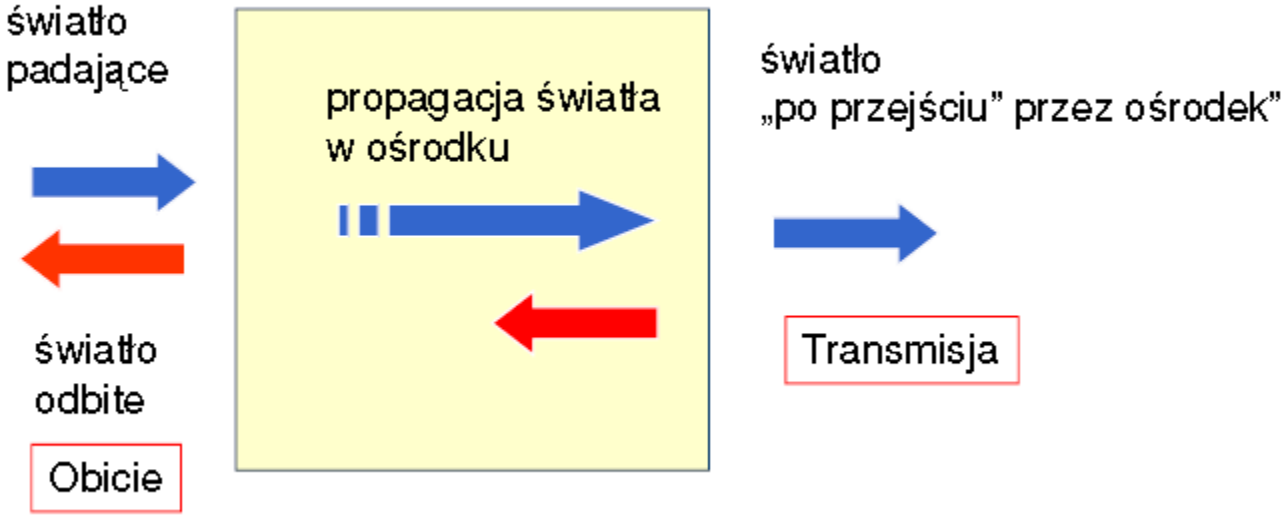
$$I = v \cdot u_{śr} = v \cdot \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} \cdot \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2 = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2$$

Natężenie światła: $I \sim E_m^2$

przy założeniu, że $\mu \cong 1 \quad \rightarrow \quad n = \sqrt{\varepsilon}$

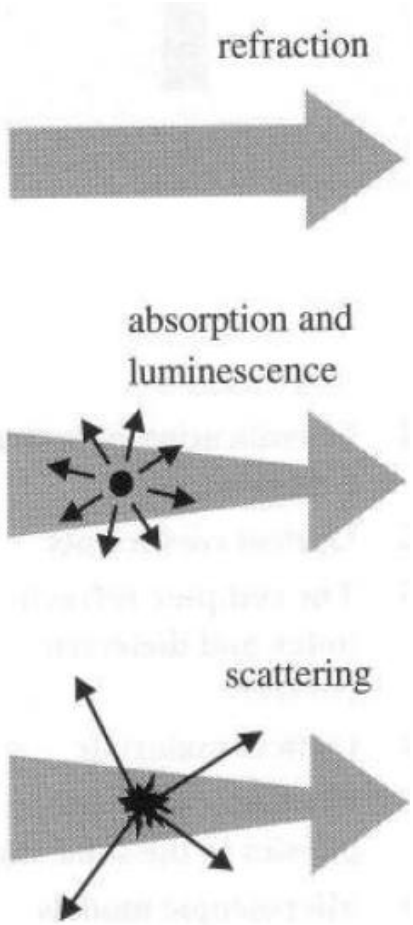
Oddziaływanie światła z materią



$$P = P_R + P_T + P_\alpha \qquad / \quad P$$

$$1 = R + T + \alpha$$

Oddziaływanie światła z materią



Załamanie – zmniejszenie prędkości światła w ośrodku; intensywność pozostaje bez zmian. Załamanie opisuje prawo Sneliusa.

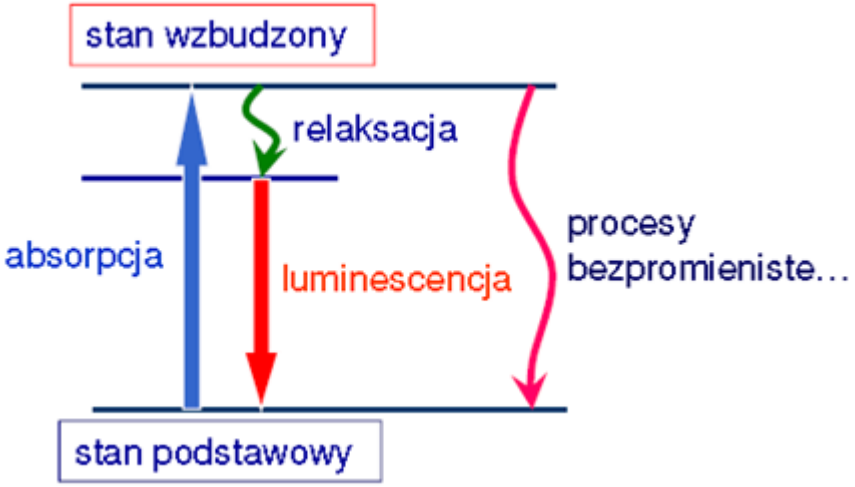
Absorpcja – jeśli częstość światła jest bliska częstości przejść optycznych w ośrodku; intensywność światła maleje.

Luminescencja – emisja światła przez wzbudzony ośrodek; nie zawsze towarzyszy absorpcji, ponieważ zmagazynowana energia może zostać zamieniona na ciepło zanim nastąpi emisja.

Rozpraszanie światła - liczba fotonów nie ulega zmianie, ale intensywność światła w kierunku propagacji maleje ponieważ część fotonów zmienia kierunek.
Rozpraszanie: elastyczne i nieelastyczne.

Jeśli intensywność światła jest bardzo duża, pojawiają się efekty nieliniowe.

Absorpcja i luminescencja



Przesunięcie Stokesa

Energia fotonu emitowanego jest mniejsza od energii fotonu zaabsorbowanego, zatem częstość światła emitowanego jest mniejsza od częstości światła absorbowanego. To zmniejszenie częstości światła emitowanego w stosunku do częstości światła absorbowanego nazywa się przesunięciem Stokesa.

Rozpraszanie światła i absorpcja

Rozpraszanie ma miejsce, gdy światło natrafia na cząsteczki o rozmiarach rzędu długości fali. Intensywność wiązki światła, która ulega rozproszeniu jest dana wzorem:

$$I(z) = I_0 e^{-N\sigma_s z}$$

gdzie N koncentracja centrów rozpraszających, σ_s – przekrój czynny na rozpraszanie. W krysztale mogą to być np. defekty, domieszki, niejednorodności. Wzór podobny do wzoru opisującego absorpcję światła.

Dla rozpraszania elastycznego (Rayleigh'a):

$$\sigma_s(\lambda) \sim \frac{1}{\lambda^4}$$

Oddziaływanie światła z materią

Właściwości optyczne ośrodka absorbującego światło opisuje zespolona funkcja dielektryczna

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$$

Ponieważ $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}}$ ⟹ $\tilde{n} = n + i\kappa$

gdzie κ **to współczynnik ekstynkcji.**
Po przekształceniu otrzymujemy:

$$n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_1 \qquad 2n\kappa = \varepsilon_2$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)^{1/2} \qquad \kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)^{1/2}$$

Małe κ - ośrodek przezroczysty ⟹

$$n = \sqrt{\varepsilon_1} \qquad \kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n}$$

Pochłanianie światła (absorpcja)

Załóżmy, że na substancję pada płaska fala elektromagnetyczna monochromatyczna:

$$E = E_0 e^{i(kx-\omega t)} = E_0 e^{i\omega(\frac{x}{v}-t)} = E_0 e^{i\omega(\frac{x}{c}\tilde{n}-t)}$$

$$= E_0 \underbrace{e^{i\omega(\frac{x}{c}n-t)}}_{\text{zmiana fazy}} \underbrace{e^{-\frac{\omega\kappa x}{c}}}_{\text{pochłanianie}}$$

κ - opisuje pochłanianie fali w ośrodku, współczynnik ekstynkcji

Prędkość fazowa jest zdefiniowana przez część rzeczywistą wsp. załamania: $v = c/n$

$I \sim E_m^2$ $\qquad I = I_0 e^{-2\frac{\omega\kappa}{c}x} = I_0 e^{-\alpha x}$ **prawo <u>Lamberta – Beera</u>**

$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$ **- współczynnik pochłaniania zwany także współczynnikiem absorpcji.**

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ **nie zależy od długości fali,** κ **zależy od λ, więc** α **też zależy od λ**

n i k oraz R i α

Pokażemy dalej, że współczynnik odbicia przy prostopadłym padaniu światła jest dany wzorem:

$$R = \left|\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}\right|^2 = \frac{(n-1)^2+\kappa^2}{(n+1)^2+\kappa^2}$$

Współczynnik absorpcji:

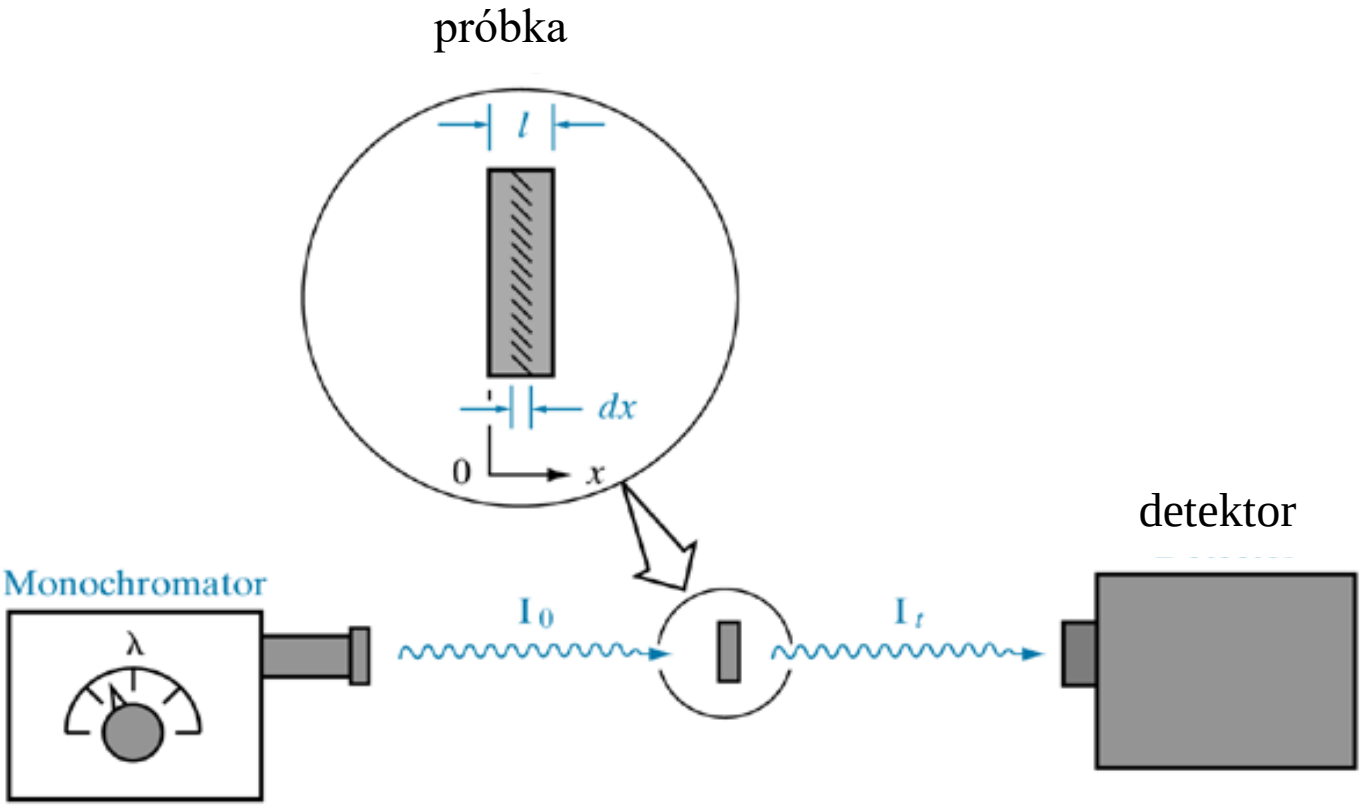
$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$$

Wszystkie wielkości charakteryzujące odpowiedź danego ośrodka na pole elektromagnetyczne są funkcjami częstości ω !

W ośrodkach przezroczystch pochłanianie jest bardzo słabe i κ jest bardzo małe. Stąd zwykle stabelaryzowane współczynniki załamania oraz funkcja dielektryczna dla tych ośrodków są rzeczywiste.

Pomiar współczynnika absorpcji

$$I_T = I_0(1-R)^2 e^{-\alpha x} \longrightarrow \alpha$$



Absorpcja

$$I_T = I_0(1-R)^2 e^{-\alpha x}$$

Wielkość, która określa jak światło o określonej λ wnika do ośrodka nazywa się głębokością wnikania:

$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$

Laser (nm)	Penetration depth (nm)	
λ	Si	Ge
633	3000	29
514	762	22
457	313	19
325	~10	~9
244	~7	~8

Dla tej głębokości transmitancja przy założeniu, że $R = 0$: $\mathrm{T} = \frac{I_T}{I_0} = \frac{1}{e}$

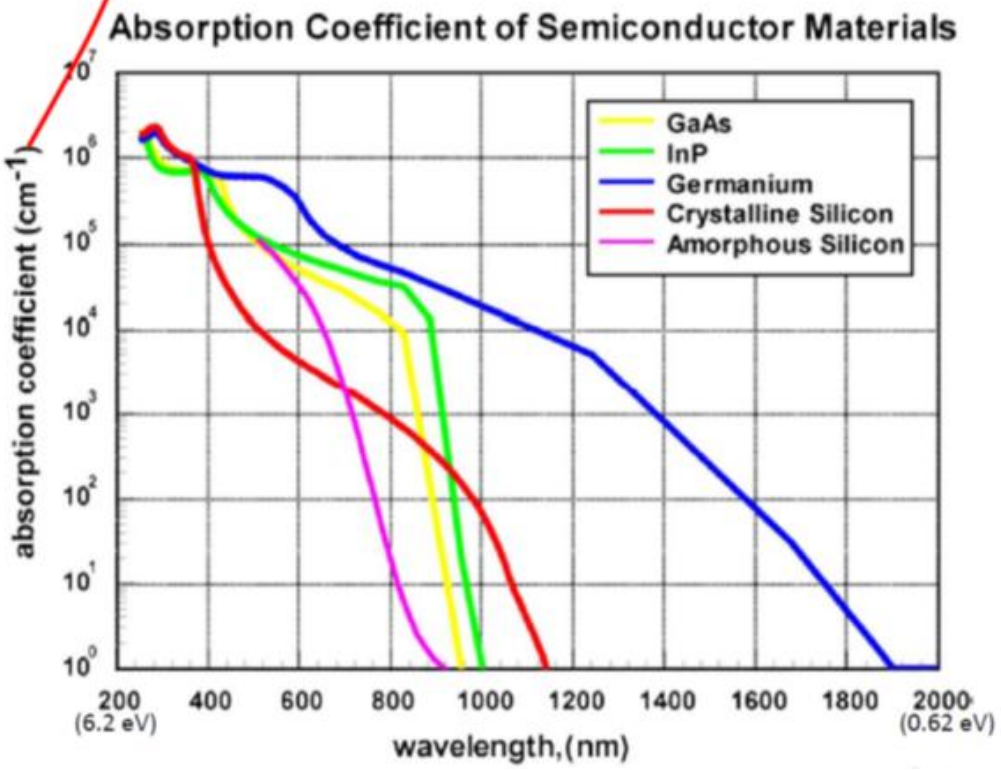
$$logx = \frac{lnx}{ln10}$$

Gęstość optyczna (absorbancja) $O.D. = -\log\left(\frac{I(l)}{I_0}\right) = -logT = \frac{\alpha l}{ln10} = 0,434\alpha l$

Absorbancja naturalna, ekstynkcja $\mathrm{E} = \ln\frac{I_0}{I_T}$

Współczynnik absorpcji

$$I = I_o \cdot e^{-\alpha \cdot l}$$

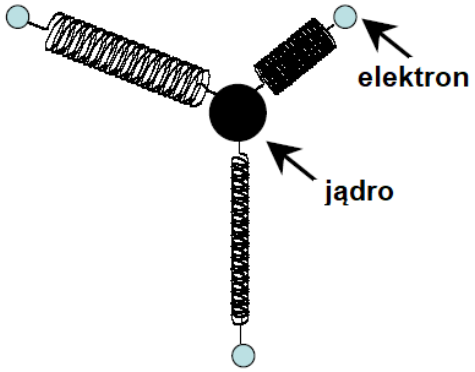


Półprzew.	E_g[eV] w 300K
Si krystal.	1,12
Si amorf.	1,7-1,8
Ge	0,66
GaAs	1,43
InP	1,29

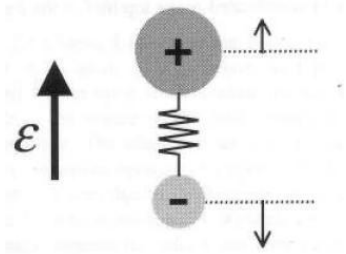
- **W Si przejścia proste są dopiero dla λ <400nm**
- **Aby zaabsorbować taką samą ilość światła grubość warstwy Si musi być znacznie większa od grubości GaAs.**

Oscylator harmoniczny w ciele stałym

Półprzewodnik lub izolator
Oscylator - elektron związany



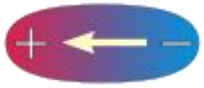
Molekuły polarne (NaCl, H_2O),
kryształy jonowe, drgania sieci



Metal
Elektrony swobodne

Dielektryk w polu elektrycznym
Wektor polaryzacji

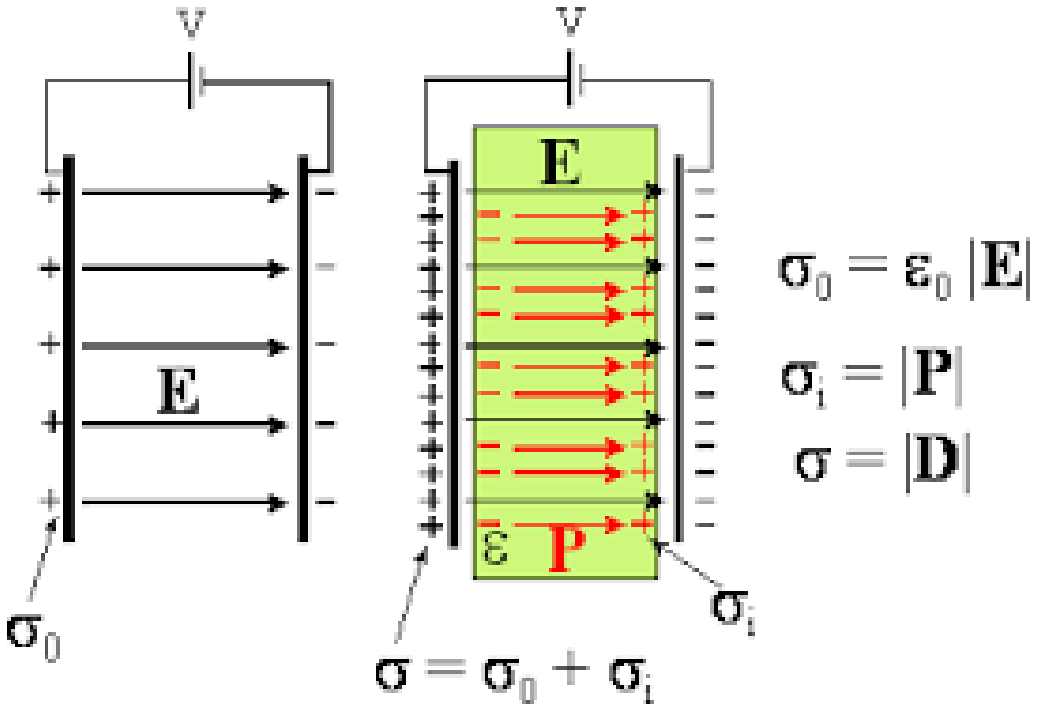
Moment dipolowy



$$\vec{p} = -e\vec{d}$$

Wektor polaryzacji

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$



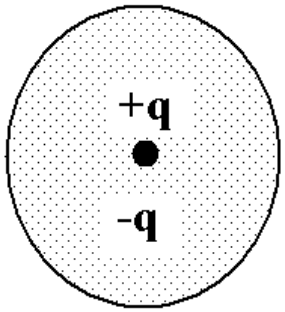
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

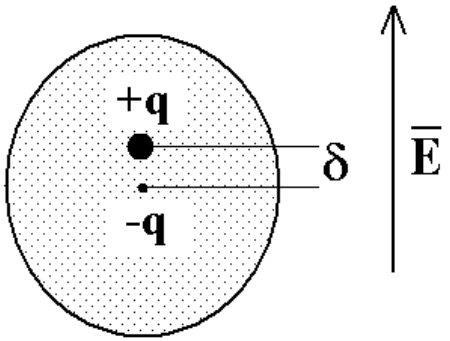
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi$$

Oscylator Lorentza



a) model atomu



b) atom w polu elektrycznym

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \qquad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{m_J} \qquad m_J >> m_0 \Rightarrow \mu \approx m_0$$

μ-masa zredukowana, m_0 masa elektronu, m_j masa jądra

δ rozsunięcie ładunków q i $-q$ w atomie, głównie przesunięcie elektronu ze względu na fakt, że $m_j \gg m_0$.

Dielektryki

Oscylator Lorentza z siłą tłumiącą, o częstości bliskiej ω_0

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma\frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE \qquad E(t) = E_0 cos\omega t = E_0 Re(e^{-i(\omega t+\emptyset)})$$

Szukamy rozwiązania postaci: $x(t) = X_0 Re\left(e^{-i(\omega t+\emptyset')}\right)$.

Jeśli fazę uwzględnimy w zespolonych amplitudach X_0 i E_0, to $x(t) = X_0 e^{-i\omega t}$ **i** $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ ⟹

$$-m\omega^2 X_0 e^{-i\omega t} - im\omega\gamma X_0 e^{-i\omega t} + m\omega_0^2 X_0 e^{-i\omega t} = -eE_0 e^{-i\omega t}$$

$$X_0 = \frac{-eE_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Rezonansowa polaryzacja indukowana światłem dla *N* atomów/jedn. objętości:

$$P_{rez} = Np(t) = -eNx(t) = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}E$$

gdzie $p(t)$ – moment dipolowy.

Dielektryki

Indukcja elektryczna $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

$\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} (\frac{F}{m})}$ **- przenikalność elektryczna próżni**

$\boldsymbol{\varepsilon_r}$ **- względna przenikalność elektryczna – funkcja dielektryczna**

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{inne} + \vec{P}_{rez} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} + \vec{P}_{rez}$$

Z porównania powyższych wzorów otrzymujemy:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$$

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

Funkcja dielektryczna w granicach

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Statyczna funkcja dielektryczna $\omega \ll \omega_0$

$$\varepsilon_r(0) \equiv \varepsilon_{st} = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m \omega_0^2}$$

Dla bardzo dużych częstości $\omega \gg \omega_0$

$$\varepsilon_r(\infty) \equiv \varepsilon_\infty = 1 + \chi$$

Ponieważ

$$\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty = \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m \omega_0^2}$$

, to

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_o^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

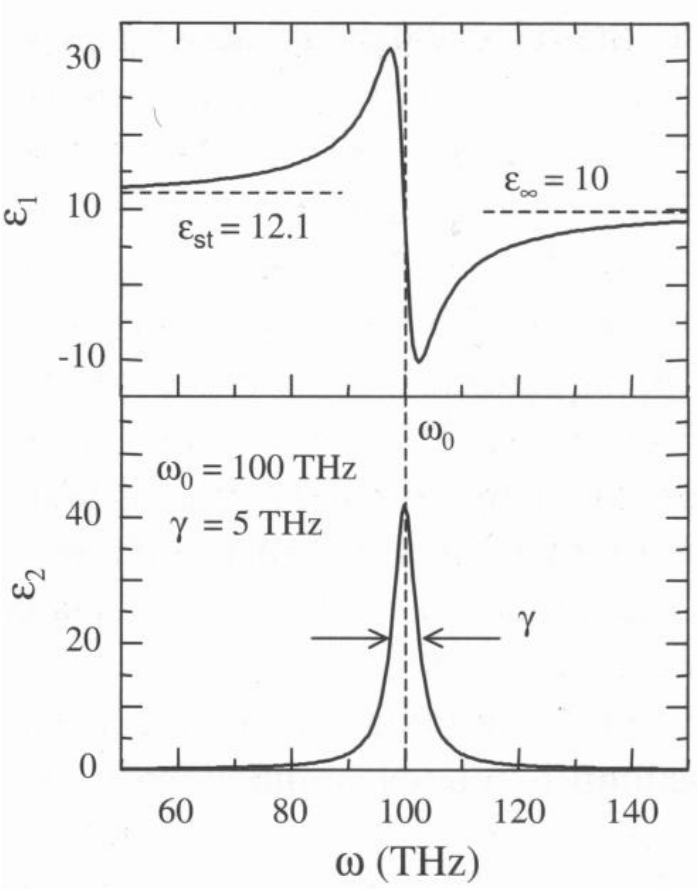
Funkcja dielektryczna

W pobliżu rezonansu:

$$\varepsilon_1(\Delta\omega) = \varepsilon_\infty - (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\frac{2\omega_0\Delta\omega}{4(\Delta\omega)^2+\gamma^2}$$

$$\varepsilon_2(\Delta\omega) = (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\frac{\gamma\omega_0}{4(\Delta\omega)^2+\gamma^2}$$

Te równania opisują ostrą linię absorpcyjną przy częstości ω_0 o szerokości połówkowej γ

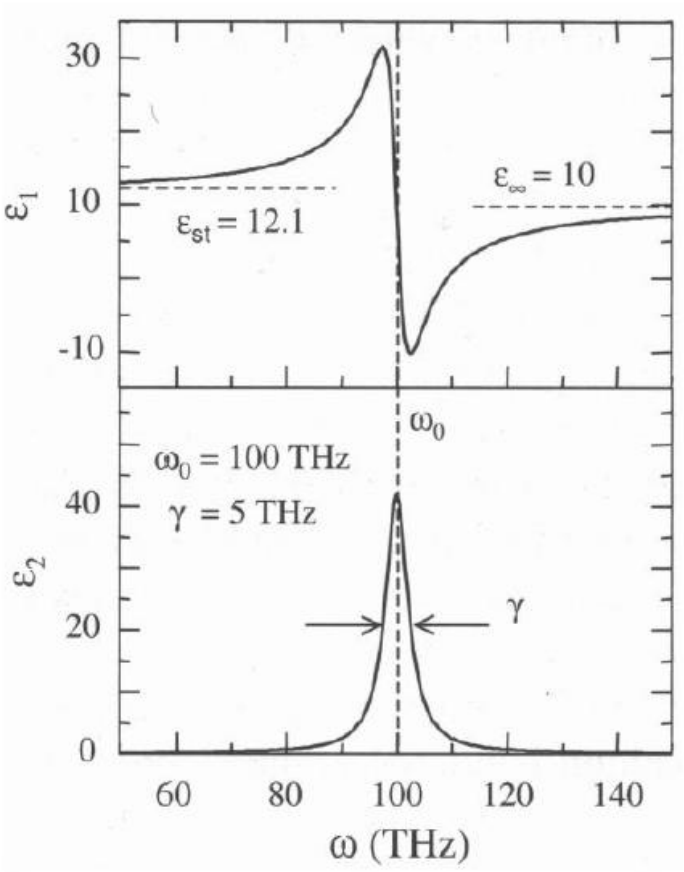


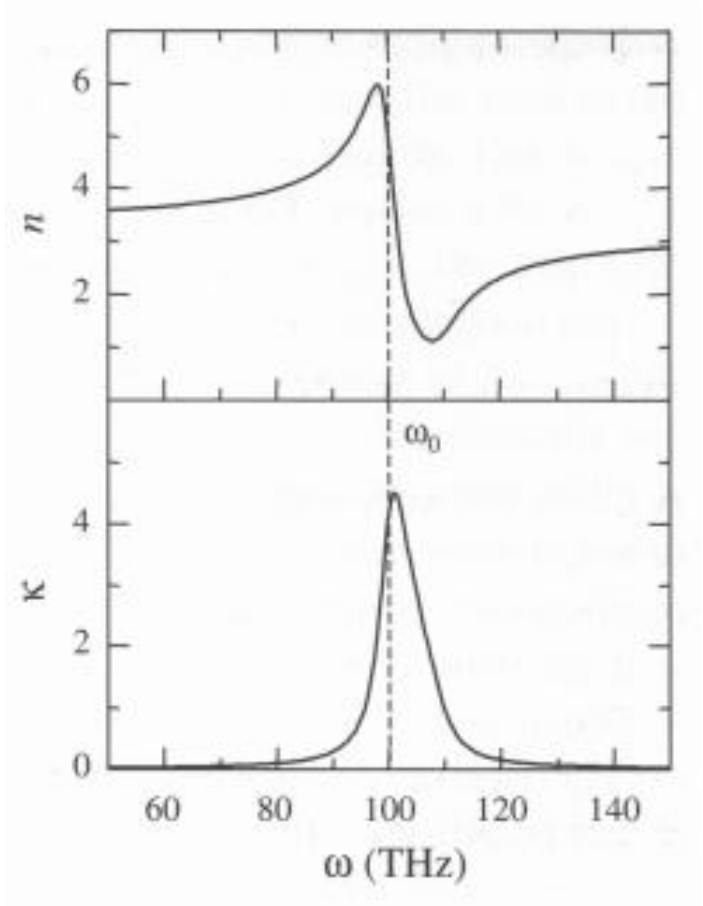
Lorentzian

n i κ

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2})^{1/2}$$



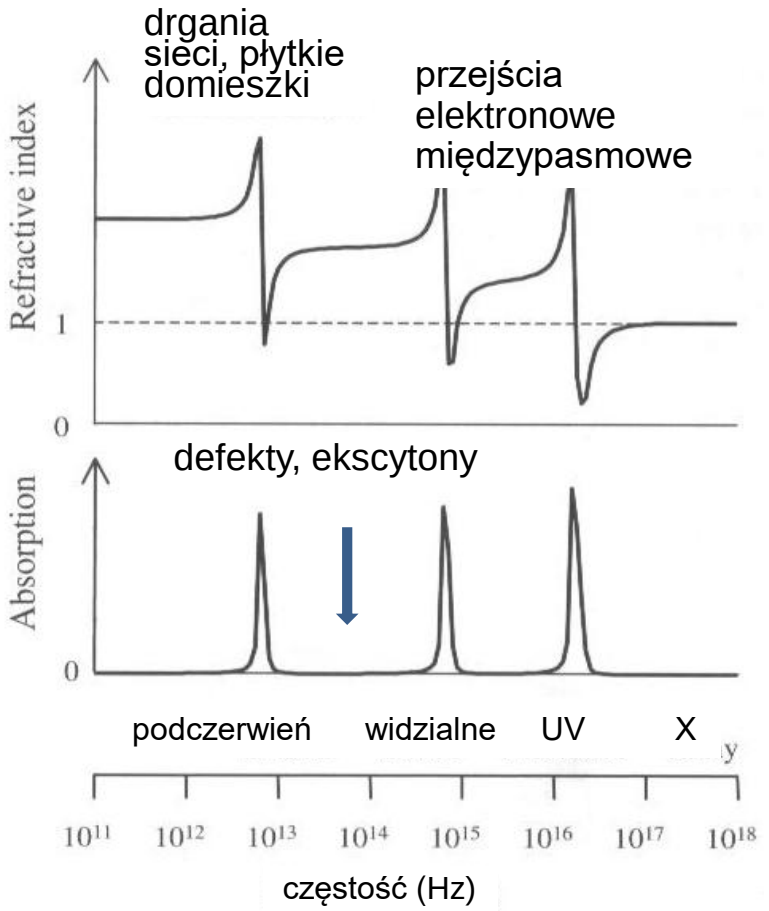


Wiele częstości rezonansowych

Gdy ośrodek posiada wiele częstości rezonansowych ω_{0j}:

$$\vec{P}_{rez} = \frac{Ne^2}{m}\sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}\vec{E}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}\sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

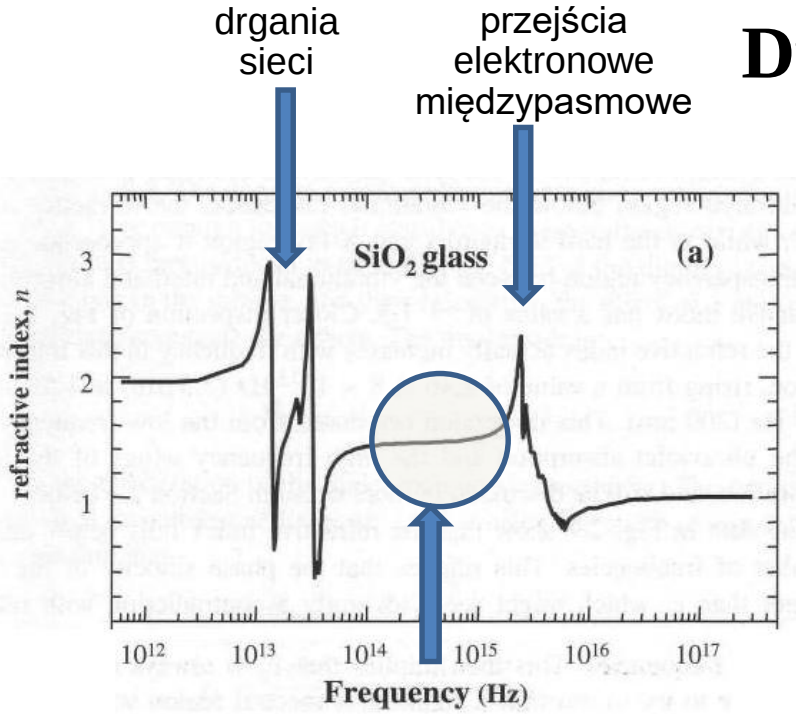


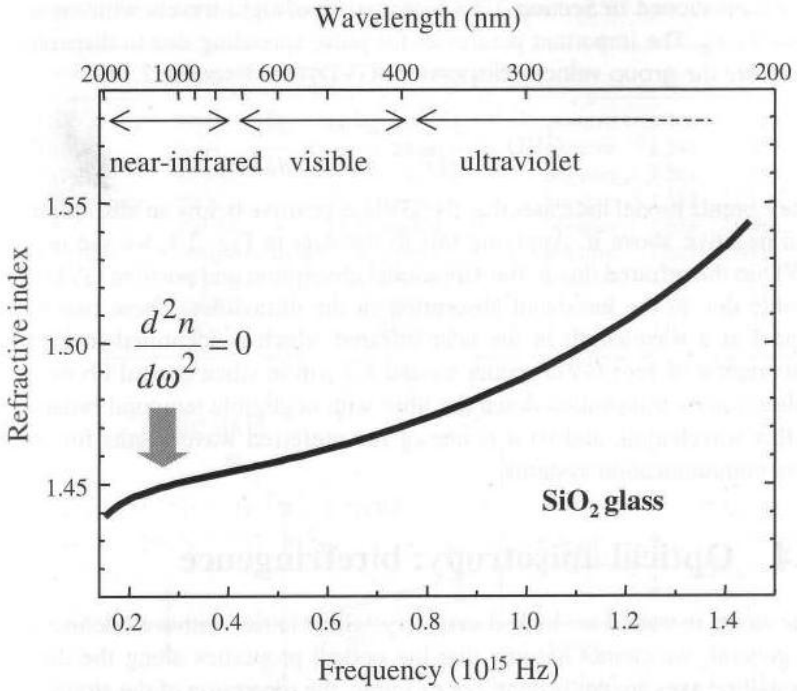
Aby uwzględnić różny wkład od różnych oscylatorów wprowadza się siłę oscylatora f_j

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e}\sum_j \frac{f_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega)}$$

Częstości rezonansowe ω_{0j} to częstości własne układu (istnieją niezależnie od tego, czy układ oddziałuje z polem fali świetlnej, czy nie).

Dyspersja





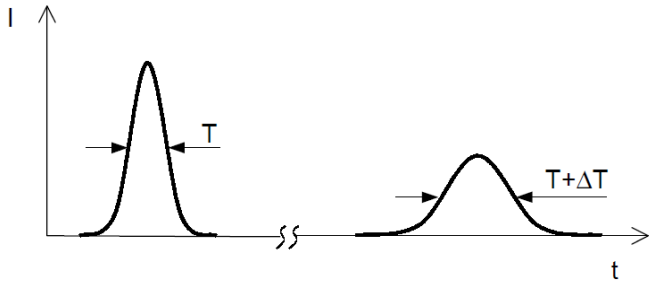
Dyspersja normalna $\frac{dn}{d\omega} > 0$ **Dyspersja anomalna** $\frac{dn}{d\omega} < 0$

Parametr, który decyduje o dyspersji prędkości grupowej $D = -\frac{\lambda}{c}\frac{d^2n}{d\lambda^2}$.

Długość fali dla której $\frac{d^2n}{d\omega^2} = 0$ **dla** SiO_2 $\lambda = 1300nm$.

GVD

Jeśli w ośrodku występuje dyspersja prędkości grupowej, to następuje poszerzenie impulsu w miarę jak impuls przemierza ten ośrodek.



Czasowe poszerzenie impulsu związane z dyspersją prędkości grupowej jest opisywane współczynnikiem dyspersji prędkości grupowej (ang. GVD – group velocity dispersion):

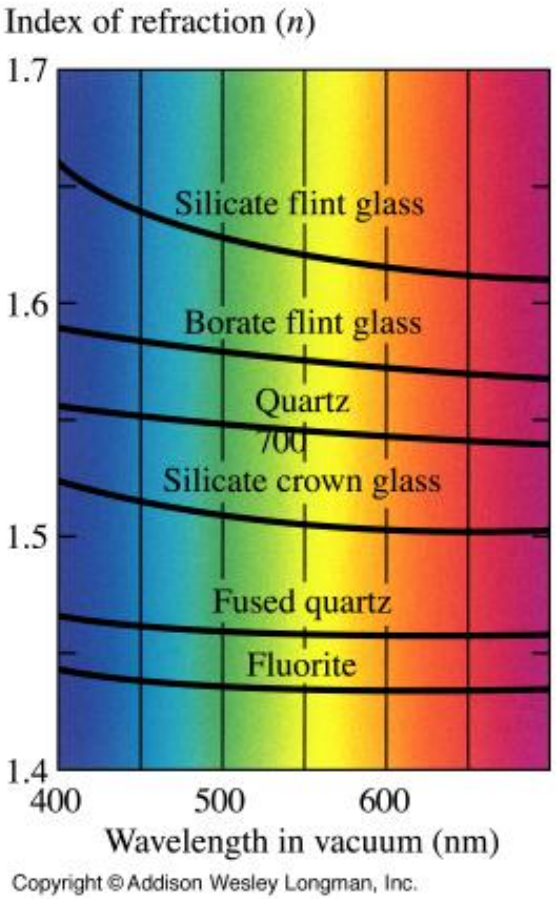
$$D = -\frac{\lambda}{c}\frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

Poszerzenie czasowe impulsu związane z dyspersją powoduje trudności w transmisji bardzo krótkich impulsów przez światłowód (rzędu ps).

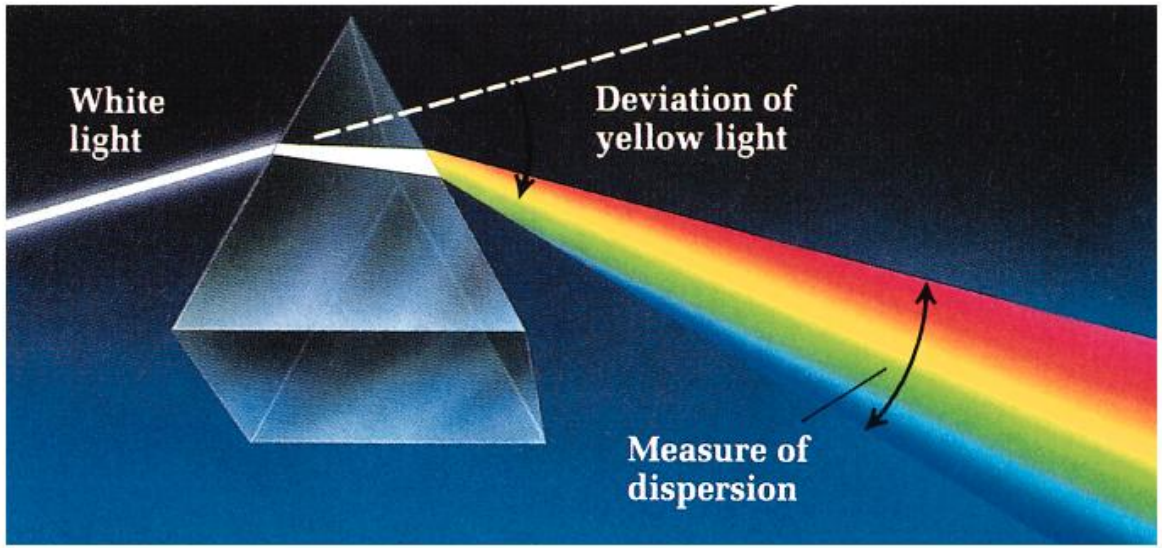
Długość fali dla której $\frac{d^2 n}{d\omega^2} = 0$ dla SiO_2 $\lambda = 1300nm$. Dlatego jest to preferowana długość fali w telekomunikacji.

Dyspersja (rozszczepienie)

$$n = f(\lambda)$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j \omega} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{n^2 = 1 + \sum_j \frac{A_j \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)}} \Rightarrow \boldsymbol{n = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_3}{\lambda^4} + \cdots.}$$

Równ. Sallmayer'a

Równ. Cauchy'ego